Wdhlg.:

unitärer VR = komplexer VR mit ① ② hermiteschem Skalarprodukt

① Menge mit Vektoraddition und komplexer Skalarmultiplikation:

$$\underset{\substack{\cap \\ \mathbb{C}}}{\lambda}, \underset{\substack{\cap \\ \mathcal{H}}}{\varphi} \longmapsto \lambda\varphi \in \mathcal{H}$$

② Abb.: $\varphi, \psi \longmapsto \langle \varphi, \psi \rangle \in \mathbb{C}$ mit Eigenschaften

(i)	$\langle \varphi, \psi \rangle = \langle \psi, \varphi \rangle^*$	Symmetrie
(ii)	$\langle \varphi, \varphi \rangle \in \mathbb{R}_+ \quad (\varphi \neq 0)$	Positivität
(iii)	$\langle \varphi, \psi_1 + \psi_2 \rangle = \langle \varphi, \psi_1 \rangle + \langle \varphi, \psi_2 \rangle$	
	$\langle \varphi, \lambda\psi \rangle = \lambda \langle \varphi, \psi \rangle$	Linearität

- <u>Norm</u>: $\|\varphi\| = \sqrt{\langle \varphi, \varphi \rangle}$

- φ <u>normiert</u> $:\Longleftrightarrow \quad \|\varphi\| = 1$

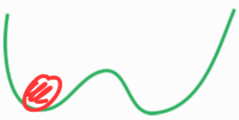
- φ orthogonal ψ $:\Longleftrightarrow \quad \langle \varphi, \psi \rangle = 0$

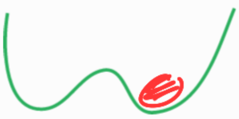
<u>1. Postulat</u>

Zustandsraum $\hat{=}$ unitärer VR $\mathcal{H}$

Zustand $\hat{=}$ normierter Vektor φ

Bsp.: Teilchen im Doppelmuldenpot.:





$\varphi_L \hat{=}$ L $\qquad\qquad$ R $\hat{=} \varphi_R$

$$\mathcal{H} \ni \varphi_L, \varphi_R \longrightarrow \varphi_L + \varphi_R \in \mathcal{H}$$

$\rightarrow$ <u>norm.</u> Vekt. $\varphi_{L+R} := \dfrac{\varphi_L + \varphi_R}{\|\varphi_L + \varphi_R\|}$

$\hat{=}$ Zustand:

Zustand $\varphi_{L+R} = \dfrac{\varphi_L + \varphi_R}{\|\varphi_L + \varphi_R\|}$:

"Überlagerung der Zustände φ_L und φ_R"

⌈ eine von sehr vielen: allgemeinen:

$$\psi = \frac{\alpha\varphi_L + \beta\varphi_R}{\|\alpha\varphi_L + \beta\varphi_R\|}, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{C}$$ ⌋

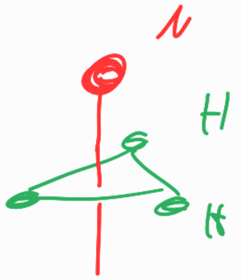
<u>erreicht:</u> Zustandsdefinition, insb. von Überlagerungszuständen

<u>zu klären</u> physikalische Bedeutung der Zustände!

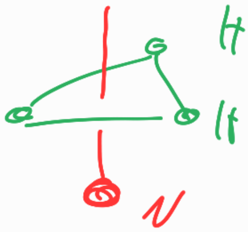
<u>Problem</u>: direkte Beobachtung i.d.R. unmöglich!

<u>QM</u>: $\boxed{\text{nur Aussagen über Messungen und Präparationen, die experimentell am System durchführbar sind.}}$

Beispiel: Ammoniakmolekül: NH_3

Zust. φ_L 

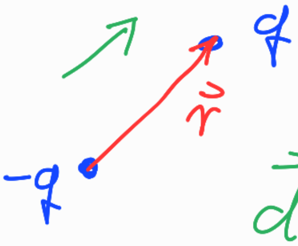
: $\uparrow$

Zust. φ_R 

: $\downarrow$

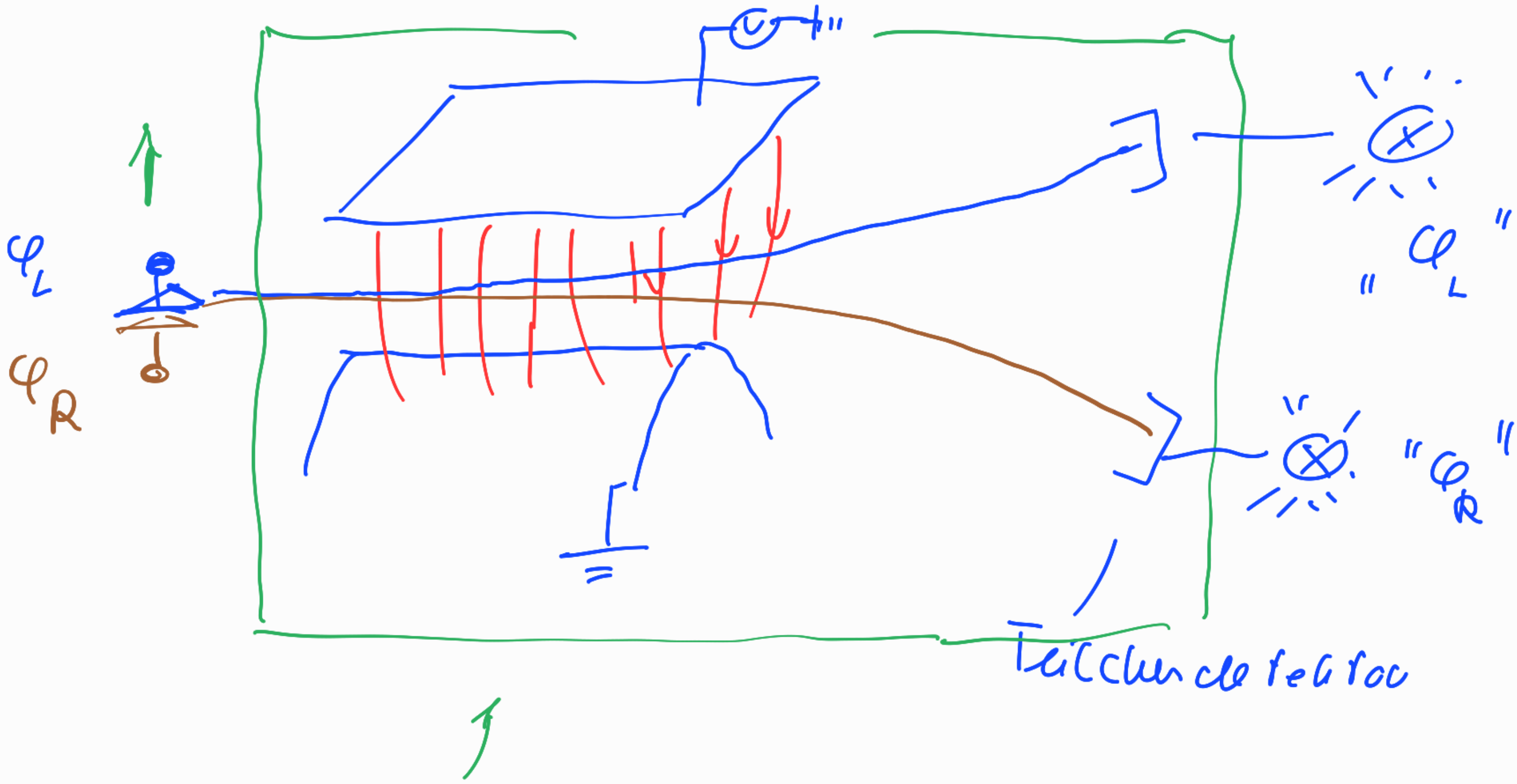
Zustandsmessung?

Betrachte el. Dipolmoment:



$$\vec{d} = q\vec{r}$$

Messung des Dipolmoments:



Messgerät zur Best. der Zust φ_L, φ_R

Frage: Was geschieht bei Messung von NH_3 im Zust. $\underline{\varphi_{L+R}}$?

$\rightarrow$ Experiment!

Theorie $\cong$ QM :

<u>2. Postulat</u> (Messpostulat, elementare Version)

a) Zu jedem Zustand φ gibt es ein Messgerät mit zwei möglichen Resultaten:

$1 \hat{=}$ "positiv" $\hat{=}$ "Zustand φ liegt vor"

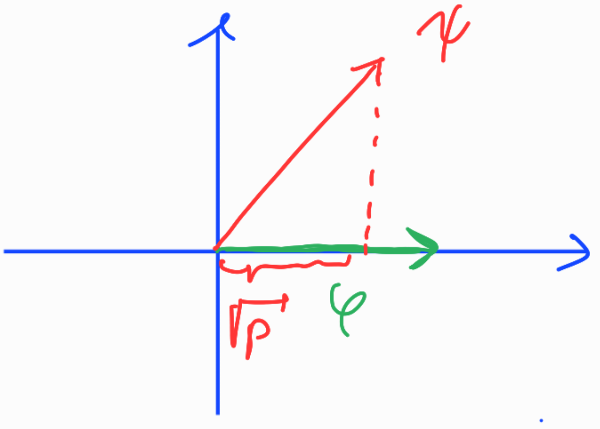
$0 \hat{=}$ "negativ" $\hat{=}$ "Zustand φ liegt nicht vor"

Bezeichnung: M_φ

b) Messung M_φ an System im Zustand ψ ist positiv mit Wahrscheinlichkeit

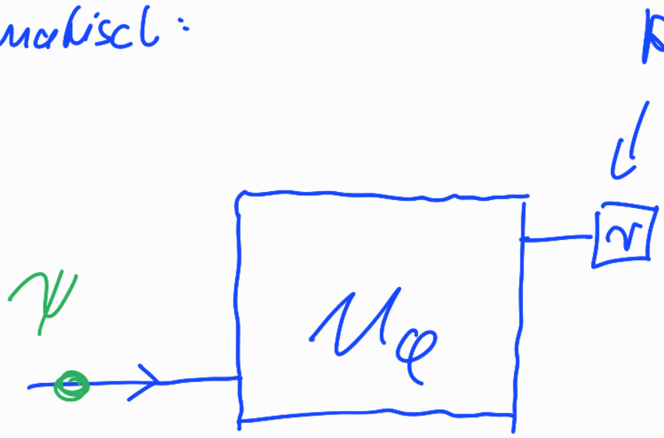
$$p = |\langle \varphi, \psi \rangle|^2$$

Bornsche Regel



1) Es gibt zu jedem Zustand φ eine ideale Messung $\tilde{M}_\varphi$ derart, dass nach positiver Messung System im Zustand φ.

schematisch:



$r \in \{0, 1\}$

$p = |\langle \varphi, \psi \rangle|^2$

Am Beisp. des NH_3-Moleküls:

Messung M_{φ_L}

1) System im Zustand $\psi = \varphi_L$

$$\underline{p} = |\langle \varphi_L, \psi\rangle|^2 = |\langle\varphi_L, \varphi_L\rangle|^2 = \|\varphi_L\|^2 = \underline{1}$$

2) System im Zustand $\psi = \varphi_R$

$$p = |\langle \varphi_L, \psi\rangle|^2 = |\langle\varphi_L, \varphi_R\rangle|^2 \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Exp.}}}{\overset{!}{=}} 0$$

d.h. $\varphi_L \perp \varphi_R$!

3) System in Überlagerung $\psi = \varphi_{L+R} = \dfrac{\varphi_L + \varphi_R}{\|\varphi_L + \varphi_R\|}$

NR: $\|\varphi_L + \varphi_R\|^2 = \langle \varphi_L + \varphi_R, \varphi_L + \varphi_R\rangle = 2$

$$= \underbrace{\langle\varphi_L, \varphi_L\rangle}_{1} + \underbrace{\langle\varphi_R, \varphi_L\rangle}_{\overset{\shortparallel}{0}} + \underbrace{\langle\varphi_L, \varphi_R\rangle}_{\overset{\shortparallel}{0}} + \underbrace{\langle\varphi_R, \varphi_R\rangle}_{1}$$

$$\psi = \varphi_{L+R} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\varphi_L + \varphi_R)$$

$$\rightarrow \quad P = |\langle \varphi_L, \psi \rangle|^2$$

$$= \frac{1}{2} |\langle \varphi_L, \varphi_L + \varphi_R \rangle|^2 = 1/2 .$$