Theoretische Physik I

behandelt **Mechanik**, **Elektrodynamik**,
Spezielle Relativitätstheorie

Plan: 1) Newtonsche Mechanik der Massenpunkte:
Kinematik, Axiome, Erhaltungssätze,
Teilchen im Zentralkraftfeld.
(vgl. Math. Meth. WS 15/16, R. Bulla)

2) Keplersche Gesetze und Newtons Gravitation:
Zweikörperproblem

3) Bewegung unter Zwangsbedingungen:
Lagrangesche Mechanik, Hamiltonsches Prinzip der extremalen Wirkung

4) Hamiltonsche Mechanik

5) Spezielle Relativitätstheorie

6) Elektrodynamik:
Maxwellsche Gleichungen, Elektro- u. Magnetostatik, el.-mag. Wellen

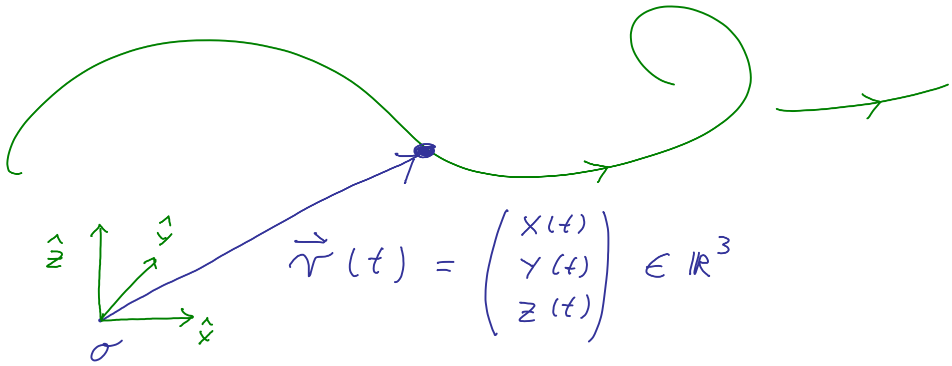
Newtonsche Mechanik

Mechanik ≈ Lehre der Bewegung makroskopischer Körper } **Kinematik**
aufgrund wirkender Kräfte } **Dynamik**

etwa von Hebel, Flaschenzug, Pendel, freier Fall, etc.
nach Newton aber auch für Himmelskörper: Mondbahn um Erde, Planetenbahnen um Sonne, ..., Bewegung von Sternen, Staub in Galaxien, ..., Bewegung von Galaxien in Galaxien-Cluster!

Nicht anwendbar auf mikroskopische Systeme, etwa Atom

Kinematik des Massenpunkts



$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$$

σ : Bezugspkt (Ursprung)

$\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$: rechtshänd. Orthonormalsystem (ONS) } kartesisches Koordinaten-system

$\vec{r}(t)$: Ortsvektor

$x(t), y(t), z(t)$: kart. Koordinaten

Abbildung $t \longmapsto \vec{r}(t)$ ist die <u>Bahn</u> des MPs,

i.d.R. als zweimal nach t differenzierbar voraus-gesetzt.

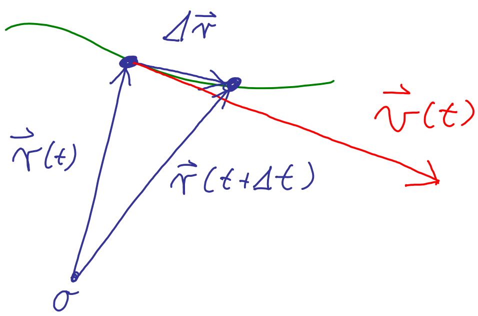
$\rightarrow$ momentane <u>Geschwindigkeit</u> des MPs zur Zeit t:

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} := \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overbrace{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}^{=\Delta\vec{r}}}{\Delta t}$$

Notation: $\frac{d}{dt}(\dots) \equiv \dot{(\dots)}$, d.h. $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$

Offenbar gilt für $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$: $\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dot{z}(t) \end{pmatrix}$

<u>geometrisch</u>:



momentane Beschleunigung

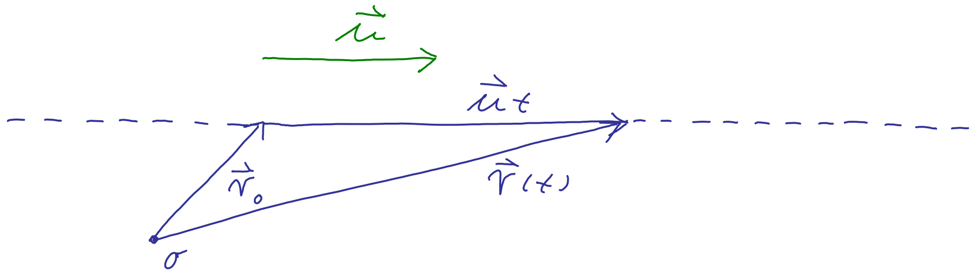
$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2}$$
$$\left(= \dot{\vec{v}}(t) = \ddot{\vec{r}}(t) \right)$$

wiederum gilt: $\vec{a} = \begin{pmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \\ \dot{v}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix}$

Beispiele

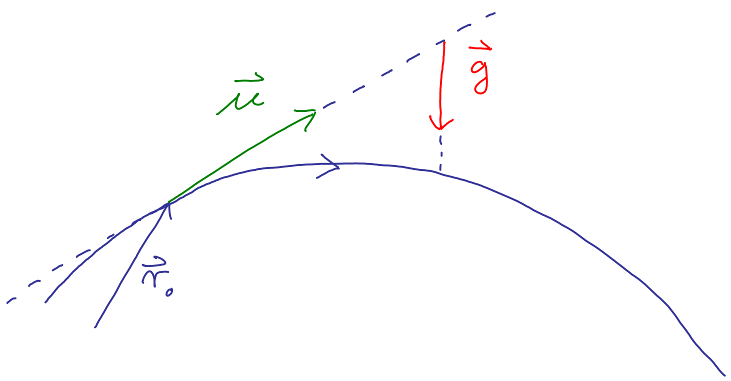
1) geradlinig gleichförmige Bewegung:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{u}\,t \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} \vec{v}(t) &= \vec{u} \\ \vec{a}(t) &= 0 \end{aligned}$$



2) konstant beschleunigte Bewegung (z.B. Wurf):

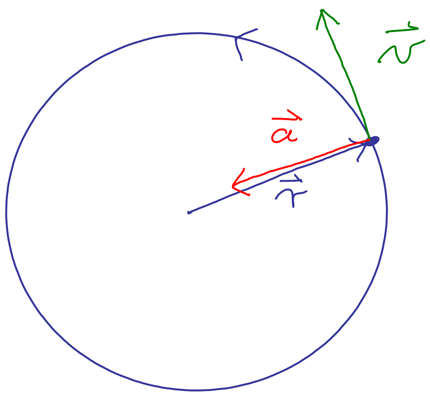
$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{u}\,t + \frac{1}{2}\vec{g}\,t^2 \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} \vec{v}(t) &= \vec{u} + \vec{g}\,t \\ \vec{a}(t) &= \vec{g} \end{aligned}$$



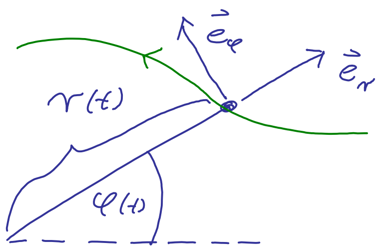
3) gleichförmige Kreisbewegung mit Radius R um σ, Winkelgeschwindigkeit ω, in x-y-Ebene:

$$\vec{r}(t) = R\begin{pmatrix} \cos\omega t \\ \sin\omega t \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \rightarrow \quad \vec{v}(t) = \omega R \begin{pmatrix} -\sin\omega t \\ \cos\omega t \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \quad \vec{a}(t) = -\omega^2 R \begin{pmatrix} \cos\omega t \\ \sin\omega t \\ 0 \end{pmatrix} = -\omega^2 \vec{r}(t)$$



- weitere Beispiele in den Übungen
- Geschwindigkeit / Beschl. für Bahn in Polarkoordinaten:



$$t \longmapsto (r(t), \varphi(t)) :$$

$$\vec{r} = r\,\vec{e}_r$$

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \dot{r}\,\vec{e}_r + r\dot{\varphi}\,\vec{e}_\varphi$$

$$\vec{a} = \ddot{\vec{r}} = (\ddot{r} - \dot{\varphi}^2 r)\,\vec{e}_r + (r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi})\,\vec{e}_\varphi$$

(vgl. Übungen)

Newtonsche Dynamik

Warum bewegen sich Körper so wie wir es beobachten?

Newtonsche Axiome

(i) (Trägheitsgesetz)

Ohne äußere Einflüsse verharrt ein MP im Zustand der Ruhe oder der geradlinig-gleichförmigen Bewegung bzgl. eines inertialen Bezugssystems.

(ii) (Bewegungsgesetz)

Die Beschleunigung eines MPs (bzgl. eines Inertialsystems) genügt

$$m\,\vec{a}(t) = \vec{F}(t),$$

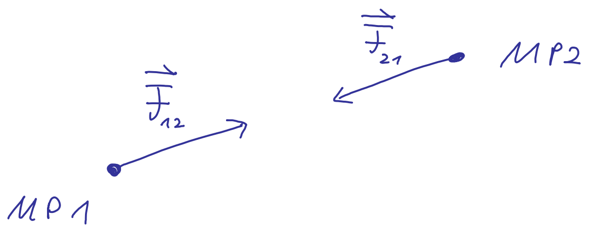
wobei $\vec{F}(t)$ die momentane Kraft auf den MP ist und m seine träge Masse.

(iii) (Gegenwirkungsprinzip)

Kräfte wirken jeweils zwischen zwei MPen; dabei ist die Kraft $\vec{F}_{12}$ von MP 2 auf MP 1 entgegengesetzt gleich der Kraft $\vec{F}_{21}$ von MP 1 auf MP 2:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \quad ;$$

Zudem gilt:
- $\vec{F}_{12} \parallel \vec{r}_2 - \vec{r}_1$
- Kräfte addieren sich vektoriell



Anmerkungen:

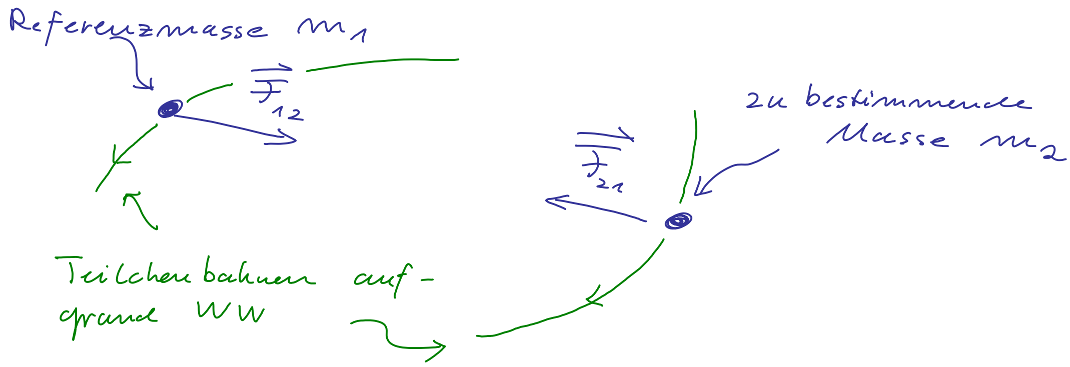
- falls $\vec{F} = \vec{F}(\vec{r})$ ergibt sich aus (ii) Bewegungsgleichung

$$m\,\ddot{\vec{r}}(t) = \vec{F}(\vec{r}(t))$$

$\hat{=}$ 3-dim. DGL 2. Ordnung für Bahn $\vec{r}(t)$

- Axiome beinhalten Definition von Kraft und Masse:

1) Massenbestimmung:



$$\vec{r}_1(t)\,,\ \vec{r}_2(t) \longrightarrow \vec{a}_1(t)\,,\ \vec{a}_2(t)\,,$$

$$m_1 \vec{a}_1 \overset{(ii)}{=} \vec{F}_{12} \overset{(iii)}{=} -\vec{F}_{21} \overset{(ii)}{=} m_2 \vec{a}_2$$

d.h. $$m_2 \overset{!}{=} \frac{|\vec{a}_1|}{|\vec{a}_2|}\, m_1 \,. \quad \checkmark$$

2) <u>Kraftbestimmung</u>:

mittels (ii): $$\vec{F} \overset{!}{=} m\,\vec{a} \quad \checkmark \,.$$