Fachgruppe Physik
der Universität zu Köln

J. Hemberger, R. Klesse

6. Übung zum Vorkurs Physik

Wintersemester 2007/2008

Internetseite: *http://www.thp.uni-koeln.de/˜rk/vorkurs07.html/*

1. Koordinaten

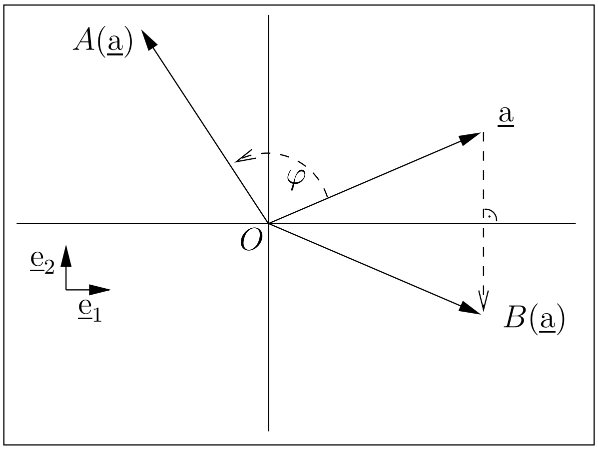
Udo und Ivo unterhalten sich in ihrer Freizeit gerne über Punkte im Raum. Dazu benutzt Udo ein kartesisches Koordinatensystem K mit Ursprung O und Basis $B = \{\underline{e}_1, \underline{e}_2, \underline{e}_3\}$. Ivo verwendet ein anderes Koordinatensystem K' mit Ursprung O' und Basis $B' = \{\underline{f}_1, \underline{f}_2, \underline{f}_3\}$. Der Ursprung O' habe in Udos Koordinatensystem den Ortsvektor $\underline{d} = d_1\underline{e}_1 + d_2\underline{e}_2 + d_3\underline{e}_3$. Ferner gelte

$$\underline{f}_1 = \frac{\underline{e}_1 + \underline{e}_3}{\sqrt{2}}\ , \quad \underline{f}_2 = -\underline{e}_2\ , \quad \underline{f}_3 = \frac{\underline{e}_1 - \underline{e}_3}{\sqrt{2}}\ .$$

Wie können Udo und Ivo die Koordinaten x, y, z eines Punktes bzgl. K in die Koordinaten x', y', z' des Punktes bzgl. K' umrechnen?

2. Verkettung und Matrixmultiplikation

Abbildung A sei die Drehung D_φ der Ebene um einen Winkel φ mit Ursprung O als Drehpunkt. Abbildung B sei die Spiegelung an der Geraden parallel zu $\underline{e}_1$ durch den Ursprung.



a) Zeichnen Sie $AB(\underline{a})$ und $BA(\underline{a})$ ein. Was stellen Sie fest? Ist also AB gleich BA?

b) Erstellen Sie die Abbildungsmatrizen für A und B und die für AB bzw. BA.

c) Die Abbildungen $F : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^2$ und $G : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^4$ seien durch ihre Abbildungsmatrizen

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad G = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \\ -5 & 6 \\ -7 & 8 \end{pmatrix}$$

gegeben. Bestimmen Sie die Abbildungsmatrizen von FG und GF.

3. Inverse Abbildung

a) Sei V ein dreidimensionaler Vektorraum mit Basis B. Eine lineare Abbildung $A : V \to V$ sei durch die Abbildungsmatrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & -3/2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}_{BB}$$

gegeben. Bestimmen Sie die Abbildungsmatrix der inversen Abbildung A^{-1}.

b) Berechnen Sie Vektor $\underline{\mathrm{x}}$ so, dass $A\underline{\mathrm{x}} = \underline{\mathrm{b}}$, für $\underline{\mathrm{b}}$ jeweils

i) $\underline{\mathrm{b}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}_B$ **ii)** $\underline{\mathrm{b}} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}_B$ **iii)** $\underline{\mathrm{b}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}_B$