

---

## 7. Übung zum Vorkurs Physik

---

Wintersemester 2007/2008

Internetseite: <http://www.thp.uni-koeln.de/~rk/vorkurs07.html/>

### 1. Determinanten

- a) Wir betrachten eine lineare Abbildung  $A : V \rightarrow V$ , wobei  $V$  der dreidimensionale Verschiebungsvektorraum des  $E_3$  sei. Die Abbildung bilde die Kantenvektoren eines Einheitskubus auf die Kantenvektoren eines Parallelepipeds mit Volumen  $c$  ab. Was folgt hieraus für die Determinante von  $A$ ? Was folgt für die Determinante von  $\lambda A$ , wobei  $\lambda$  eine reelle Zahl?
- b) Bestimmen Sie die Determinanten der folgenden Matrizen:

i)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

ii)  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

iii)  $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

iv)  $D = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}$

v)  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

vi)  $F = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

### 2. Wiederholung

- a) Was sind Vektoraddition und Skalarmultiplikation und welche Eigenschaften haben sie?
- b) Was ist ein Vektorraum und was sind überhaupt *Vektoren*?
- c) Was ist eine Basis eines Vektorraums und wie stellt man einen Vektor bezgl. einer Basis dar?
- d) Was ist eine Linearkombination? Was bedeutet lineare Abhängigkeit?
- e) Was macht einen Vektorraum euklidisch?
- f) Was ist ein Skalarprodukt und welche Eigenschaften hat es?
- g) Was ist eine Orthonormalbasis?
- h) Wie berechnet man die Länge oder den Betrag eines Vektors aus einem euklidischen Vektorraum? Wie den Winkel zwischen zwei Vektoren? Wann sind zwei Vektoren orthogonal?
- i) Wie berechnet sich das Skalarprodukt in Komponenten bzgl. einer Orthonormalbasis?
- j) Hat das Skalarprodukt eine geometrische Bedeutung?
- k) Was besagt die Cauchy-Schwarzsche Ungleichung? Wie lautet die Dreiecksungleichung?
- l) Wo und wie ist das Vektorprodukt definiert?
- m) Ist der euklidische Raum  $E_3$  ein Vektorraum?
- n) Was ist ein kartesisches Koordinatensystem?
- o) Wodurch zeichnet sich eine lineare Abbildung von einer allgemeinen Abbildung aus?
- p) Wie bestimmt sich die Abbildungsmatrix einer linearen Abbildung?
- q) Wie multipliziert man eine Matrix mit einem Vektor (genauer:  $n$ -Tupel) und wozu macht man sowas?

- r) Wie werden Matrizen miteinander multipliziert? Kommt es dabei auf die Reihenfolge an?
- s) Welche Eigenschaften definieren eine  $n$ -dimensionale Volumenform? Warum fordert man diese Eigenschaften?
- t) Was ist die Determinante einer linearen Abbildung?