II. Physikalisches Institut — J. Hemberger
Institut für Theoretische Physik — R. Klesse

2. Übung zum Vorkurs Physik

Sommersemester 2011

Internetseite: *http://www.thp.uni-koeln.de/~rk/vorkurs2011.html*

Gruppeneinteilung:

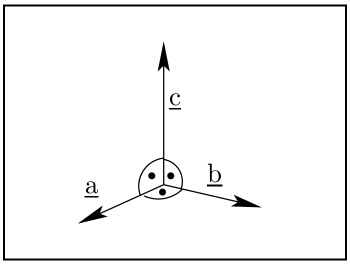
Gruppe :	1	2	3	4	5	6
Raum :	SR I. Ph.	SR Th.	SR II. Ph.	SR I. Ph.	SR Th.	SR II. Ph.
Zeit:	12:15-13:45	12:15-13:45	12:15-13:45	14:00-15:30	14:00-15:30	14:00-15:30

4. Vektorraum

Was ist ein (reeller) Vektorraum?

5. Vektoraddition und Skalarmultiplikation

$\underline{a}$, $\underline{b}$ und $\underline{c}$ bezeichnen Translationen im Raum um jeweils die gleiche Länge, aber in drei zueinander orthogonalen Richtungen (vgl. Skizze). P sei ein fest gewählter Punkt im Raum. Betrachten Sie die Punktmengen, die unter den jeweils angegebenen Translationen aus P hervorgehen. Beschreiben Sie die geometrischen Objekte, die jeweils durch diese Punktmengen gebildet werden.



a) $\{\lambda\underline{b} : \lambda \in \mathbb{R}\}$

b) $\{\underline{b} + \lambda\underline{a} : \lambda \in [0, 1]\}$

c) $\{\lambda(\underline{b} + \underline{c}) : \lambda \in \mathbb{R}_+\}$

d) $\{\lambda\underline{b} + \mu\underline{c} : \lambda, \mu \in [0, 1]\}$

e) $\{n\underline{a} + \lambda\underline{b} + \mu\underline{c} : \lambda, \mu \in \mathbb{R} \text{ und } n \in \mathbb{Z}\}$

f) $\{\lambda\underline{a} + \mu\underline{b} + \nu\underline{c} : \lambda, \mu, \nu \in [0, 1]\}$

g) $\{l\underline{a} + m\underline{b} + n\underline{c} : l, m, n \in \mathbb{Z}\}$

h) $\{m\underline{a} + n\underline{b} + \lambda\underline{c} : m, n \in \mathbb{Z},\ \lambda \in \mathbb{R}\}$

6. Umformungen

Vereinfachen Sie die folgenden Vektorausdrücke ($\underline{a}$, $\underline{b}$ und $\underline{c}$ sind Vektoren, λ ist ein von 0 verschiedener Skalar.) :

$$\underline{a} + \underline{a} + \underline{a} \qquad \underline{a} - 2\,\underline{a} \qquad 3\,\underline{a} + \underline{b} - \underline{a}$$

$$\underline{a} + 2(\underline{b} - \underline{a}) \qquad \underline{c} - (\underline{b} - \underline{a}) \qquad \underline{b} - \frac{1}{2}(\underline{b} - 2\,\underline{a})$$

$$\lambda\,\underline{a} - 2\lambda\,\underline{b} \qquad \underline{a} - \frac{2}{\lambda}(\lambda\,\underline{a} + \lambda\,\underline{b}) \qquad \frac{1}{\sqrt{2}}\,(\underline{a} + \underline{b}) - \frac{1}{\sqrt{2}}\,(\underline{a} - \underline{b})$$

7. Basen

Gegeben seien die Basen $B_1 = \{\underline{e}_1, \underline{e}_2\}$ und $B_2 = \{\underline{f}_1, \underline{f}_2\}$ mit den Beziehungen $\underline{f}_1 = \underline{e}_1 + \underline{e}_2$ und $\underline{f}_2 = \underline{e}_1 - \underline{e}_2$. Schreiben Sie folgenden Vektoren von ihrer Darstellung in B_2 in ihre Darstellung in B_1 um.

Beispiel: $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}_{B_2} = 2\ \underline{f}_1 = 2\ \underline{e}_1 + 2\ \underline{e}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}_{B_1}$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_{B_2} \qquad \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}_{B_2} \qquad \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}_{B_2}$$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}_{B_2} \qquad \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -1 \end{pmatrix}_{B_2} \qquad \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}_{B_2}$$

8. Rechnen in Komponenten

Bezüglich einer Basis B seien Vektoren $\underline{a}$ und $\underline{b}$ gegeben durch

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}_B , \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}_B$$

a) Berechnen Sie $\underline{a} + 3\underline{b}$, $3(\underline{a} + \underline{b})$ und $2\underline{a} - \underline{b}$ in Komponentendarstellung bezüglich B.

b) Die Vektoren der Basis B seien $\underline{e}_1, \underline{e}_2$ und $\underline{e}_3$. Wie lauten $\underline{a}$ und $\underline{b}$ in Linearkombinationen der Basisvektoren?

c) Wie lautet $\underline{c} = -3\underline{e}_3 + 7\underline{e}_2$ in Komponentendarstellung bzgl. B ?