

4. Übung zum Vorkurs Physik

Sommersemester 2011

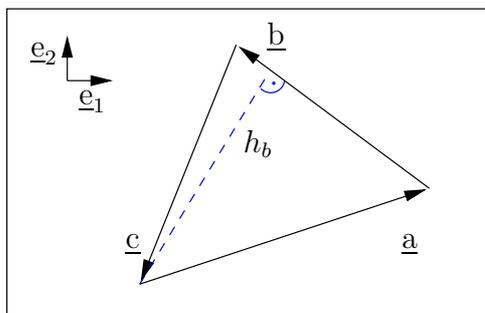
Internetseite: <http://www.thp.uni-koeln.de/~rk/vorkurs2011.html>
<http://www.thp.uni-koeln.de/lehre.html> → Übungen

Gruppeneinteilung:

Gruppe :	1	2	3	4	5	6
Raum :	SR I. Ph.	SR Th.	SR II. Ph.	SR I. Ph.	SR Th.	SR II. Ph.
Zeit:	12:15-13:45	12:15-13:45	12:15-13:45	14:00-15:30	14:00-15:30	14:00-15:30

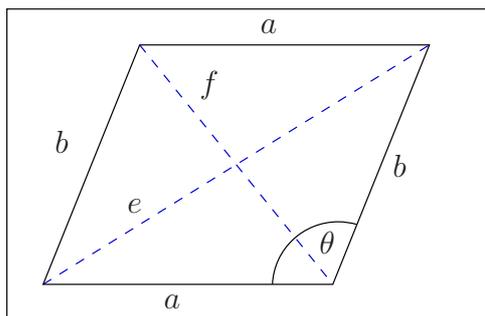
13. Dreieck

Ein Dreieck sei durch zwei seiner Seitenvektoren $\underline{a} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix}_B$ und $\underline{b} = \begin{pmatrix} -6 \\ 9/2 \end{pmatrix}_B$ gegeben, B ist die Orthonormalbasis $\{\underline{e}_1, \underline{e}_2\}$.



- a) Wie lang sind die drei Seiten?
- b) Wie groß sind die drei Winkel?
- c) Wie lang ist die Höhe h_b ?

14. Parallelogramm



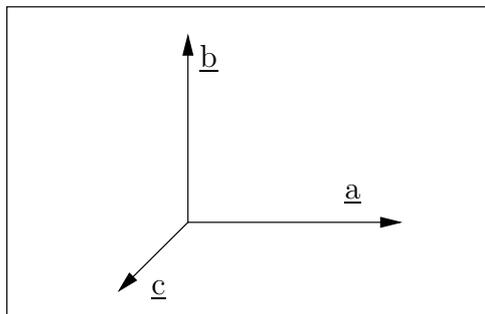
- a) Zeigen Sie durch Vektorrechnung, dass in jedem Parallelogramm für die Seitenlängen a und b und die Diagonallängen e und f folgende Gleichung erfüllt ist:

$$e^2 + f^2 = 2(a^2 + b^2)$$

- b) In einem speziellen Parallelogramm sei $a = 2$, $b = 1$. Der Winkel zwischen den Seiten a und b sei $\theta = 120^\circ$. Bestimmen Sie e und f .

15. Vektorprodukt

- a) Gegeben seien drei Vektoren wie in der Zeichnung unten; \underline{a} und \underline{b} liegen in der Zeichenebene, \underline{c} zeigt aus ihr heraus. Alle Winkel sind rechte, die Längen der drei Vektoren sind 1. Ermitteln Sie das Ergebnis der folgenden Vektorausdrücke:



- (i) $\underline{a} \times \underline{b}$, (ii) $\underline{b} \times \underline{a}$, (iii) $\underline{c} \times \underline{a}$,
(iv) $\underline{c} \times \underline{c}$, (v) $\underline{c} \times (\underline{b} + \underline{a})$, (vi) $(\underline{a} - \underline{b}) \times (\underline{c} + \underline{a})$,

- b) Gegeben seien

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}_B \quad \text{und} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}_B$$

- bezüglich einer rechtshändigen Orthonormalbasis B . Bestimmen Sie $\underline{a} \times \underline{b}$, $\underline{b} \times \underline{a}$ und $\langle \underline{a}, \underline{a} \times \underline{b} \rangle$. Wie groß ist die Fläche eines von \underline{a} und \underline{b} aufgespannten Parallelogramms?
c) Zwei Vektoren der Längen 2 und 3 schließen den Winkel 30° ein. Wie lang ist ihr Vektorprodukt?

16. Lösungsmenge

Wir betrachten die Menge der Lösungen (x, y, z) des homogenen Gleichungssystems

$$\begin{aligned} x + y &= 0 \\ z + 2x &= 0 \end{aligned}$$

- a) Zeigen Sie, dass die Lösungsmenge einen Vektorraum bildet. (Was ist das Nullelement? Wie sind Addition und skalare Multiplikation definiert? Sind Summen und Vielfache von Lösungen wieder Lösungen?)
b) Was ist die Dimension dieses Vektorraums?