II. Physikalisches Institut | J. Hemberger
Institut für Theoretische Physik | R. Klesse

5. Übung zum Vorkurs Physik

Sommersemester 2011

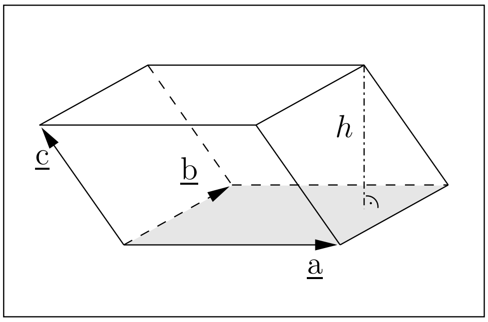
Internetseite: *http://www.thp.uni-koeln.de/∼rk/vorkurs2011.html*
http://www.thp.uni-koeln.de/lehre.html → Übungen

Gruppeneinteilung:

Gruppe :	1	2	3	4	5	6
Raum :	SR I. Ph.	SR Th.	SR II. Ph.	SR I. Ph.	SR Th.	SR II. Ph.
Zeit:	12:15-13:45	12:15-13:45	12:15-13:45	14:00-15:30	14:00-15:30	14:00-15:30

17. Parallelepiped

Ein Parallelepiped sei durch die drei Vektoren $\underline{a}, \underline{b}$ und $\underline{c}$ aufgespannt.



a) Bestimmen Sie den Flächeninhalt der schraffierten Grundfläche.

b) Bestimmen Sie das Volumen des Parallelepipeds.

c) Ermitteln sie die Länge der Höhe h.

d) Begründen Sie, warum für alle Vektoren $\underline{a}, \underline{b}$ und $\underline{c}$ eines dreidimensionalen Raums gilt:

$$\langle \underline{a} \times \underline{b}, \underline{c} \rangle = \langle \underline{c} \times \underline{a}, \underline{b} \rangle = \langle \underline{b} \times \underline{c}, \underline{a} \rangle$$

e) Konkret sei nun mit einer rechtshändigen Orthonormalbasis B

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_B , \ \underline{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}_B , \ \underline{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}_B .$$

Setzen sie diese Werte in die Formeln aus **a)** bis **c)** ein.

f) Beweisen oder widerlegen Sie: für beliebige Vektoren $\underline{a}$, $\underline{b}$, $\underline{c}$ gilt

$$\underline{a} \times (\underline{b} \times \underline{c}) = (\underline{a} \times \underline{b}) \times \underline{c} \, .$$

18. Parallel- und Orthogonalkomponente

$\underline{a}$ und $\underline{b}$ seien Vektoren eines dreidimensionalen euklidischen Vektorraums. Die Parallelkomponente $\underline{b}_{||}$ von $\underline{b}$ bzgl. $\underline{a}$ ist bekanntlich durch

$$\underline{b}_{||} = \langle \underline{b}, \underline{\hat{a}} \rangle \, \underline{\hat{a}}$$

gegeben. Zeigen Sie, dass die Orthogonalkomponente $\underline{b}_{\perp} = \underline{b} - \underline{b}_{||}$ mittels des Vektorprodukts auch als

$$\underline{b}_{\perp} = (\underline{\hat{a}} \times \underline{b}) \times \underline{\hat{a}}$$

geschrieben werden kann.

19. Dreiecksungleichung

Für beliebige Vektoren eines euklidischen Vektorraums gilt die Dreiecksungleichung

$$|\underline{a} + \underline{b}| \leq |\underline{a}| + |\underline{b}| \, .$$

a) Warum heißt diese Gleichung Dreiecksungleichung?

b) Beweisen Sie die Ungleichung. (Tipp: das Quadrat der linken Seite hinschreiben und dann die Ungleichung von Cauchy und Schwarz anwenden.)