2. Übung zum Vorkurs Physik

Wintersemester 2015/16

Internetseite: *http://www.thp.uni-koeln.de/∼rk/vorkurs2015.html/*

Gruppeneinteilung:

8. Basen

Gegeben seien die Basen eines Vektorraums $B_1 = \{\underline{e}_1, \underline{e}_2\}$ und $B_2 = \{\underline{f}_1, \underline{f}_2\}$ mit den Beziehungen $\underline{f}_1 = \underline{e}_1 + \underline{e}_2$ und $\underline{f}_2 = \underline{e}_1 - \underline{e}_2$. Stellen Sie folgende Vektoren in Komponenten bzgl. der Basis B_1 dar:

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_{B_2} \qquad \underline{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}_{B_2} \qquad \underline{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}_{B_2}$$

9. Rechnen in Komponenten

Bezüglich einer Basis $B = \{\underline{e}_1, \underline{e}_2, \underline{e}_3\}$ seien Vektoren $\underline{a}$ und $\underline{b}$ gegeben durch

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}_B , \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}_B$$

a) Berechnen Sie $\underline{a} + 3\underline{b}$, $3(\underline{a} + \underline{b})$ und $2\underline{a} - \underline{b}$ in Komponentendarstellung bezüglich B.

b) Wie lauten $\underline{a}$ und $\underline{b}$ in Linearkombinationen der Basisvektoren $\underline{e}_1, \underline{e}_2, \underline{e}_3$?

c) Wie lautet $\underline{c} = -3\underline{e}_3 + 7\underline{e}_2$ in Komponentendarstellung bzgl. B ?

10. Skalarprodukt

Was ist ein Skalarprodukt und wozu gebraucht man es?

11. Längen und Winkel

B sei eine Orthonormalbasis eines dreidimensionalen euklidischen Vektorraums. Die Vektoren $\underline{a}$, $\underline{b}$ und $\underline{c}$ seien durch

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}_B , \ \underline{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}_B \quad \text{und} \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}_B$$

gegeben. Berechnen Sie die Längen dieser Vektoren und die Winkel zwischen $\underline{a}$ und $\underline{b}$ und $\underline{a}$ und $\underline{c}$.

12. Parallelogramm

Die Kantenlängen eines Parallelogramms seinen a und b, die Längen seiner Diagonalen seien e und f.

a) Zeigen Sie, dass $e^2 + f^2 = 2a^2 + 2b^2$.

b) Nun gelte zudem $a = b$. Zeigen Sie, dass sich dann die Diagonalen des Parallelogramms im rechten Winkel schneiden.