Prof. Dr. B. Maier　　Prof. Dr. J. Berg　　Konzept: Prof. Dr. A. Schadschneider

# Vorkurs Physik: Übung 5

*Sommersemester 2018*　　`www.thp.uni-koeln.de/~skleinbo/vorkurs18`

## 1. Gerade

Die Punkte $A$ und $B$ in einem kartesischen KOS haben folgende Koordinaten: $A = (1, 2)$ and $B = (0, -2)$, und $\vec{a}$ und $\vec{b}$ sind die entsprechenden Ortsvektoren. Die Gerade $g$ die durch beide Punkte in Richtung $\overrightarrow{AB}$ verläuft ist durch $g = \{\vec{a} + t(\vec{b} - \vec{a}) \mid t \in \mathbb{R}\}$ gegeben.
a) Schreiben Sie die Gerade in Komponentendarstellung.
b) Welche Funktion $y = y(x)$ beschreibt die gleichen Punkte wie die Gerade? Gibt diese Funktion auch Information über die Verlaufsrichtung?

## 2. Ebene

a) Zeigen Sie, daß die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$, und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ linear abhängig sind.
b) Zeigen Sie, daß die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{c}$ linear unabhängig sind.
c) Bestimmen Sie die Ebenengleichung (in Parameterform) der Ebene $E$, die durch $\vec{a}$ und $\vec{c}$ aufgespannt wird und durch den Punkt mit den Koordinaten $P = (1, 1, 1)$ verläuft.
d) Wie lautet die Normalenform der Ebene $E$ aus c)?
*Hinweis:* $E = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 : s_1x_1 + s_2x_2 + s_3x_3 = \vec{s} \cdot \vec{x} = b\}$.

## 3. Orthogonalität

Zeigen Sie: Zwei Vektoren sind orthogonal, wenn ihre Summe und Differenz gleichen Betrag haben.

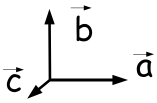
## 4. Vektorprodukt - Rechenregeln

a) Vereinfachen Sie $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot [(\vec{b} + \vec{c}) \times (\vec{a} + \vec{c})]$.
b) Formen Sie den Ausdruck für den Vektor $\vec{v} = \vec{a} \times (\vec{b} \times (\vec{a} \times \vec{b}))$ auf zwei Weisen um, indem Sie die *bac-cab* - Regel zunächst auf die ersten beiden, oder alternativ auf die letzten beiden Kreuzprodukte anwenden! Wie ist $\vec{v}$ orientiert? Was passiert, wenn $\vec{a} \parallel \vec{b}$ oder $\vec{a} \perp \vec{b}$?

**Bitte wenden**

## 5. Vektorprodukt

a) Gegeben seien drei Vektoren wie in der Zeichnung unten; $\vec{a}$ und $\vec{b}$ liegen in der Zeichenebene, $\vec{c}$ zeigt aus ihr heraus. Alle Winkel sind rechte, die Längen der drei Vektoren sind 1. Ermitteln Sie das Ergebnis der folgenden Vektorausdrücke:




i) $\vec{a} \times \vec{b}$ ii) $\vec{b} \times \vec{a}$ iii) $\vec{c} \times \vec{a}$ iv) $\vec{c} \times \vec{c}$ v) $\vec{c} \times (\vec{b} + \vec{a})$ vi) $(\vec{a} - \vec{b}) \times (\vec{c} + \vec{a})$

b) Gegeben seien $\vec{p} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}_B$ *und* $\vec{q} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}_B$

bezüglich einer rechtshändigen Orthonormalbasis $B$. Bestimmen Sie $\vec{p} \times \vec{q}$, $\vec{q} \times \vec{p}$ und $\vec{p} \cdot (\vec{p} \times \vec{q})$ (was bedeutet das?). Wie groß ist die Fläche eines von $\vec{p}$ und $\vec{q}$ aufgespanntes Parallelograms?

c) Zwei Vektoren der Längen 2 und 3 schließen den Winkel $\frac{\pi}{6}(= 30°)$ ein. Wie lang ist ihr Vektorprodukt?