Vorkurs Physik: Übung 6

Sommersemester 2018 www.thp.uni-koeln.de/∼skleinbo/vorkurs18

1. Parallelepiped

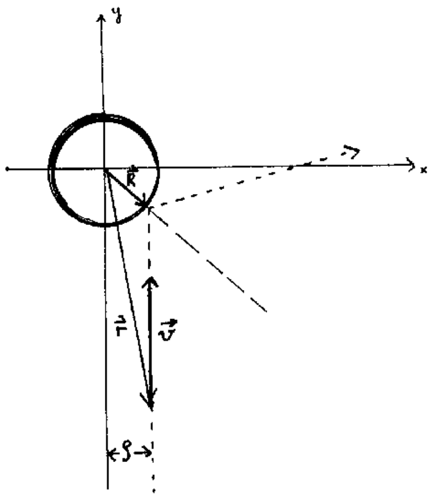
Ein Parallelepiped sei durch drei Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_B \quad , \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}_B \quad , \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}_B$$

gegeben (B Orthonormalbasis). Bestimmen Sie sein Volumen.

2. Anwendung - Stoßparameter

In der x, y-Halbebene $0 < x$, in y-Richtung und im Abstand ρ ("Stoßparameter") zur y-Achse fliegt ein Teilchen (Masse m) mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ gegen eine harte Kugel (Mitte=Ursprung, Radius $R > \rho$) und wird dort elastisch reflektiert.



a) Wo ($\vec{R}$ =?) trifft es die Kugel?

b) Bei der Reflexion bleibt die Geschwindigkeitskomponente senkrecht zur Oberflächennormalen unverändert, die parallel zur Oberflächennormalen kehrt das Vorzeichen um. Formulieren Sie die Geschwindigkeit $\vec{u}$ nach dem Stoß vektoriell. (*günstige Abkürzung:* $\rho^2/R^2 = \lambda$)

c) Zur Kontrolle überlegen wir uns anschaulich, bei welchen Werten des Stoßparameters $\vec{u}$ in x-Richtung zeigt. Was passiert bei $\rho = 0$ und $\rho = R$?

d) Der Drehimpuls eines Teilchens mit Masse m am Ort $\vec{r}$ und mit Geschwindigkeit $\vec{v}$ ist $\vec{L} = m\vec{r} \times \vec{v}$. Berechnen Sie den Drehimpuls bei $\vec{r} = (\rho, -5R, 0)$, und jeweils kurz vor und nach dem Stoß.

3. Anwendung - geradlinige Bewegung

Ein Körper mit Masse m bewegt sich geradlinig mit konstanter Geschwindigkeit $\vec{v}$. Der minimale Abstand zum Ursprung des Koordinatensystems ist d.

a) wie lässt sich der Ortsvektor $\vec{r}(t)$ (*Bahnkurve*) darstellen (Formel für $\vec{r}(t)$)?

b) Wie ändert sich der Drehimpuls $\vec{L} = m\vec{r} \times \vec{v}$ mit der Zeit?

c) Welche Fläche überstreicht der Ortsvektor in einer Zeit Δt?

Bitte wenden!

4. Drehmatrizen - 2D

Die allgemeine Form der Drehmatrizen (Drehung eines Vektors um einen festen Ursprung gegen den Uhrzeigersinn um den Winkel φ) in einem zweidimensionalen Vektorraum (Basisvektoren $\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$) ist gegeben durch

$$\mathbb{D}_\varphi = \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}$$

a) Geben Sie die Matrix $\mathbb{D}_\varphi$ für folgende Winkel an: $\varphi_1 = 0,\ \varphi_2 = \pi/4,\ \varphi_3 = \pi/2,\ \varphi_4 = \pi$.

b) Veranschaulichen Sie die Wirkung von $\mathbb{D}_{\varphi_i}$ $(i = 1,2,3,4)$ auf die Vektoren $\vec{a} = \vec{e}_1$ und $\vec{b} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2$.

c) Zeigen Sie für einen beliebigen Vektor $\vec{r}$, dass die Drehung dieses Vektors um den Winkel φ, d.h. $\vec{r}\,' = \mathbb{D}_\varphi \vec{r}$, den Betrag des Vektors nicht ändert.